ANNALES

DES

PONTS ET CHAUSSÉES.

MÉMOIRES ET DOCUMENTS

RELATIFS

A L'ART DES CONSTRUCTIONS

ET AU SERVICE DE L'INGÉNIEUR;

LOIS, ORDONNANCES ET AUTRES ACTES

CONCERNANT

L'ADMINISTRATION DES PONTS ET CHAUSSÉES.

2e SÉRIE.

1842.

1er SEMESTRE.

PARIS.

CARILIAN-GOEURY ET Vor DALMONT,

LIBRAIRES DES CORPS ROYAUX DES PONTS ET CHAUSSÉES ET DES MINES,

Quai des Augustins, nos 39 et 41.

N° 37.

NOTE

Sur la construction et l'emploi de la règle logarithmique ou à calculs (*) ;

Par M. DE BOISVILLETTE, Ingénieur en chef des ponts et chaussées.

Il est commode et suffisant dans certains cas pratiques de substituer au calcul écrit des nombres et des opérations arithmétiques, la détermination immédiate du résultat cherché lu sur une échelle graduée et obtenu par un moyen en quelque sorte mécanique.

Divers instruments ont été construits sur cette donnée, parmi lesquels le plus simple, et celui dont l'usage peut être rendu le plus populaire, est la règle à calculs dite *logarithmique*.

Étant représentés les logarithmes des nombres par les divisions proportionnelles d'une échelle fixe, les divisions correspondantes d'une coulisse mobile donnent, par leur combinaison, la solution *numérique* des questions dont ils composent les éléments.

Ce principe, sur lequel repose l'idée première de la règle à calculer, est traduit en application facile par les règles réduites et perfectionnées de l'ingénieur Lenoir.

L'instrument, par les soins de cet habile constructeur, a pris une forme simple et exacte sous laquelle il peut remplacer aujourd'hui avec de réels avantages les mesures usuelles employées, dans l'atelier aux arts de construction, et dans le cabinet aux études graphiques ; le pied de roi ancien ou le demi-mètre actuel entre les mains de l'ouvrier,

(*) Extraite de *l'Instruction générale sur la règle logarithmique*, publiée par M. Arthur. Paris, 1827.

le double décimètre à biseau entre celles du dessinateur; donnant à l'un et à l'autre, outre l'échelle à divisions égales dont ils ont journellement besoin, le moyen facile et prompt de résoudre à la lecture d'assez nombreuses opérations de calcul.

Ainsi, et l'emploi même de l'exposant *logarithmique* à la place du nombre le fait d'avance concevoir, les questions arithmétiques qui s'appuient sur la formation des produits ou quotients, puissances ou racines, proportions, etc. sont ramenées aux formes élémentaires de l'emploi des tables : quelques problèmes composés même et des formules théoriques en apparence compliquées y trouvent d'assez justes solutions, sans demander à l'intelligence plus qu'un peu d'attention et d'habitude.

Depuis longtemps les ouvriers anglais se servent de cet instrument auquel il ne manque que d'être plus connu pour devenir chez nous d'un usage habituel.

La règle française construite en métal ou en bois a été calculée sur deux dimensions absolues, l'une de $0^m.25$, l'autre de $0^m.35$ de longueur.

Elle se compose d'une règle principale à rainure dans laquelle glisse une réglette ou *coulisse*, Pl. 22, *fig.* 4.

Les divisions supérieures de la règle forment deux parties ou échelles égales, en tout semblables à celles supérieure et inférieure de la coulisse. Le premier 1 de cette dernière forme le *curseur*.

Les divisions inférieures de la règle ou de la ligne des quarrés ne forment qu'une échelle de même longueur que la double échelle de la partie supérieure.

L'un des côtés est divisé en millimètres, l'autre en lignes; les divisions du fond de la rainure font suite à celles des côtés, *fig.* 5; elles composent au besoin une mesure linéaire double en longueur de celle de la règle et qui se lit directement à l'extrémité de la coulisse.

Sur le revers sont tracés une échelle décimale ordinaire et des nombres *indicateurs* dont l'usage sera indiqué, ou toute autre donnée écrite ou mesurée utile à une spécialité d'application.

Le revers de la coulisse porte trois lignes divisées, dont la construction et l'objet seront aussi décrits, *fig*. 6.

La moitié de l'échelle supérieure ou $0^m.125$, sur la règle de $0^m.25$ de longueur, étant prise pour l'excès du logarithme de 10 sur celui de 1, les divisions intermédiaires principales, ou qui donnent les unités, sont calculées par la proportion :

Log. 10 — log. 1 : log. n :: $0^m.125$: longueur comprise entre 1 et n; et celles de second ordre qui donnent les dixièmes par

Log. 10 — log. 1 : log. 1.n :: $0^m.125$: longueur comprise entre 1 et 1 n, et ainsi de suite pour les centièmes, n représentant l'un quelconque des nombres de la série naturelle 1 à 10.

La longueur $0^m.125$ qui représente l'excès du logarithme de 10 sur celui de 1 pouvant indiquer l'excès de celui 10^n sur 10^{n-1}, ou bien encore l'excès numérique du logarithme $\frac{1}{10}$ sur celui de 1, ou de $\frac{1}{10^n}$ sur celui de $\frac{1}{10^{n-1}}$; les divisions que marquent n; n, n'; $n, n' n''$, etc., par exemple, peuvent tout aussi bien représenter no; nn', o; nn', n'', etc., ou o, n; o, nn'; o, $nn'n''$, etc., c'est-à-dire les nombres entiers ou fractionnaires dans toutes leur combinaisons. Les deux échelles égales qui composent l'échelle totale complètent en outre cette faculté.

Les divisions inférieures de la règle représentent les logarithmes des *quarrés*, ou le double des logarithmes des nombres ; en sorte que 1, 2, 3, etc., 9 de la ligne inférieure correspondent à leurs quarrés 1, 4, 9, etc., 81 sur la ligne supérieure, dans laquelle il faut considérer les deux échelles comme n'en formant qu'une seule de 1 à 100.

Les applications de l'instrument comme conséquences de sa graduation seront facilement comprises, de même qu'elles seront utilement appréciées comme moyen de calcul prompt et suffisamment approché dans beaucoup de cas pratiques.

La *multiplication* de deux nombres, par le principe que le logarithme du produit est la somme des logarithmes des facteurs, s'opère en amenant le curseur sous l'un des facteurs pris sur l'échelle supérieure de la règle, et lisant le produit au-dessus de l'autre facteur pris sur la coulisse.

On arrive au même résultat en renversant la coulisse, amenant l'un sous l'autre les deux facteurs et lisant le produit au-dessus du curseur.

Soit, par exemple. . . . . . 3×2; 3.3×2.2,

Ligne supérieure.	3	$x=6$	3.3	$x=7.26$
Coulisse.	1	2	1	2.2

Ou sous une autre forme :

Ligne supérieure.	3	$x=6$	3.3	$x=7.26$
Coulisse renversée. . . .	2	1	2.2	1

La *division*, par la raison que le logarithme du quotient est l'excès du logarithme du dividende sur celui du diviseur, s'effectue en amenant le diviseur pris sur la coulisse sous le dividende pris sur l'échelle supérieure de la règle, et lisant le quotient au-dessus du curseur. On peut aussi mettre le curseur sous le diviseur-règle et lire le quotient sur le dividende-règle, ou encore renverser la coulisse, amener le curseur sous le dividende-règle et lire le quotient au-dessus du diviseur-coulisse.

Soit. . . . . $\dfrac{6}{2}$; $\dfrac{6.6}{2.2}$

Lig. sup.	$x=3$	6	$x=3$	6.6
Coul.	1	2	1	2.2
Lig. sup.	2	6	2.2	6.6
Coul.	1	$x=3$	1	$x=3$

Lig. sup.	$x=3$	6 ;	$x=3$	6.6	
Coul. renversée. .	2	1	2.2	1	

La position donnée à la coulisse pour multiplier ou diviser deux nombres déterminés l'un par l'autre place les échelles règle et coulisse dans la relation déterminée par le facteur qui représente le multiplicande ou le diviseur, de sorte que le produit ou quotient de l'autre facteur est obtenu directement, quelle que soit sa valeur propre. *Le curseur* placé sous n de la règle supérieure, tous les nombres de la coulisse lus sur la règle dans le premier cas, ou de la règle sur la coulisse dans le second, sont multipliés ou divisés par n.

Les *proportions* qui représentent des multiplications et divisions simultanées sont facilement résolues en cherchant l'excès de la somme des logarithmes des deux facteurs sur celui du diviseur, opération qui revient soit à amener le premier terme de la proportion, pris sur la coulisse, sous l'un des moyens pris sur la règle, et lire le résultat au-dessus de l'autre moyen ; soit, en renversant la coulisse, à amener l'un sous l'autre les deux moyens, le curseur alors se plaçant sous leur produit, et chercher le quatrième terme au-dessus du premier.

$$4 : 48 :: 3 : x = \frac{48 \times 3}{4} = 36.$$

Lig. sup.	$x=36$	48	Lig. sup.	144	$x=36$	48	
Coul. . .	3	4	Coul. renv.	1	4	3	

Les *quarrés* et *racines* se lisent directement sur la règle en comparant, au moyen de la coulisse, l'échelle supérieure considérée comme n'en faisant qu'une seule de 1 à 100 à celle inférieure qui donne logarithme $\frac{1}{2} n$ ou la racine, et réciproquement. Les premiers, en outre, peuvent être déduits de la règle ordinaire en ajoutant le logarithme du nombre à lui-même par la multiplication simple.

Les *cubes* sont donnés soit en ajoutant deux fois de suite le logarithme du nombre à lui-même, soit par une seule opération, en amenant le curseur au-dessus du nombre pris sur la ligne inférieure, et lisant le résultat sur l'échelle supérieure au-dessus de ce même nombre pris sur la coulisse ; ce qui revient, dans la première hypothèse, à tripler le logarithme, et dans la seconde à ajouter le logarithme simple à celui du quarré.

On peut encore, renversant la coulisse, lire le cube cherché au-dessus du curseur lorsqu'on a fait correspondre le nombre à lui-même sur la ligne des quarrés et sur la coulisse.

Exemple : $\overline{2}^3$

Lig. sup. . .		$x = 8$		Lig. sup. . .		$x = 8$
Coul.	1	2 ;		Coul. renv. .	2	1
Lig. inf. . .	2			Lig. inf. . .	2	

La *racine cubique* d'un nombre est le nombre qui se correspond à lui-même sur la ligne des quarrés et sur la première échelle de la coulisse, lorsque après avoir renversé cette dernière on a mis le curseur sous le nombre donné écrit sur l'une des échelles de la règle supérieure.

$\sqrt[3]{8} =$	Lig. sup.		8
	Coul. renv.	$x = 2$	1
	Lig. inf.	$x = 2$	

Toutes ces opérations, en apparence fort simples, demandent cependant une certaine habitude des nombres et de l'instrument, surtout lorsque les quantités sur lesquelles on opère ne sont pas entières. Les *fractions*, toujours ramenées à la forme décimale, se manient comme des entiers ; elles laissent seulement, en écrivant la solution, quelque hésitation dans le début, pour placer la virgule et se servir de l'une ou l'autre des deux échelles de la règle ou de la coulisse. L'usage apprend, dans tous les cas, la manière régulière de poser les données et de lire les résultats. Les instructions publiées sur la règle et notamment celle d'où est extraite cette notice donnent à cet égard toutes les indications utiles.

Indépendamment des applications précédentes renfermées dans le cercle des premières opérations arithmétiques, il en est de plus générales, résultant de la possibilité donnée par la composition accessoire de la règle de passer des nombres à leur expression logarithmique, et réciproquement : nous croyons utile de les indiquer.

La ligne inférieure du revers de la coulisse, *fig.* 6, est divisée en 500 parties égales (chacune comptant pour 2) sur la règle de $0^m.25$, et en 1000 pour celle de $0^m.35$, à partir des extrémités de la règle et entre les repères déterminés par le curseur placé sur 1 et 10 de la ligne des quarrés. Si l'on suppose le logarithme des points extrêmes représenté alors par 0 et par 1 000, et si l'on place le curseur au-dessus d'un nombre (compris entre 1 et 10) de la ligne des quarrés, l'origine des échelles de la règle correspondra à l'expression numérique du logarithme de ce nombre.

On trouvera ainsi log. 3 = 477 ; log. 1.5 = 176 ; log. 1.05 = 21. Au delà de 10, on divisera, au moyen de la virgule décimale, le nombre par 10, 100, etc., de manière à le ramener aux limites précédentes, et on ajoutera ensuite autant de fois 1 000 que la virgule aura été reculée de rangs vers la gauche.

Ainsi log. 30 = 1477 ; log. 15 = 1176 ; log. 105 = 2021.

Au-dessous de l'unité, on opérera sur les fractions décimales sans avoir égard d'abord à la virgule qu'on mettra ensuite à sa place dans le résultat.

Réciproquement, un logarithme étant donné moindre que 1 000, en le faisant correspondre à l'extrémité de la règle, le curseur dira sur la ligne des quarrés le nombre entre 1 et 10 auquel il appartient.

S'il surpasse 1 000, on retranche les chiffres de cet ordre ; on cherche comme ci-dessus le nombre correspondant au reste, et on avance la virgule dans le résultat d'autant de rangs vers la droite que l'on a supprimé de mille.

L'opération ainsi scindée, eu égard aux dimensions de l'instrument, prend des causes d'erreur qui en éloignent l'approximation, et à vrai dire devient plus curieuse qu'utile ; cependant, dans certains cas, elle peut trouver de bonnes applications.

Pour n'en citer qu'un exemple, les puissances et les racines de tout ordre sont résolues à l'aide de la combinaison des nombres et des valeurs logarithmiques ; ainsi, log. N^n étant égal à n log. N, ou log. $\sqrt[n]{N} = \frac{\log. N}{n}$, on résout ces expressions algébriques en prenant d'abord, sur le revers de la coulisse, la valeur logarithmique d'un nombre quelconque, la multipliant ou la divisant par l'exposant de la puissance ou de la racine donnée, et revenant de la nouvelle quantité logarithmique au nombre naturel sur la ligne des quarrés.

Soit à calculer $\overline{1.5}^6$, log. $1.5 = 176$, son produit, par $6 = 1056$, et ce dernier nombre correspond à 11.39.

Soit, à l'inverse, $\sqrt[6]{11.39}$; log. $11.39 = 1056$; le sixième $= 176$; et ce dernier correspond à 1.5.

L'usage de la règle trouve un utile auxiliaire dans celui de nombres *indicateurs*, dont quelques-uns écrits au revers, et qui ont pour objet de résoudre diverses questions dans lesquelles l'un des facteurs est en rapport déterminé, ou doit être combiné d'une manière indiquée avec les autres. Le nombre indicateur représente aussi la constante par laquelle il faut multiplier ou diviser un produit ou une quantité donnés pour les amener au résultat ou à la relation cherchés.

Ce sera, par exemple, le rapport $\pi' = 3.1416$ par lequel est multiplié le diamètre pour obtenir la circonférence, ou, *vice versa*, divisée la circonférence pour déterminer le diamètre ;

1.273 divisant le quarré du diamètre ou, 12.57 divisant celui de la circonférence pour avoir l'aire du cercle ;

3.078 ou 0.5131, ou 0.8414 multipliant une longueur métrique pour la transformer en pieds, toises, aunes ;

2.043 divisant un poids en livres pour la traduire en kilogrammes ;

Et autres quantités numériques qui mettent un nombre à la place d'une opération, et dont l'emploi est surtout en rapport avec la forme des calculs représentés par la règle.

Une table des principales données de cet ordre écrite sur la règle même, est un utile aide-mémoire dont la composition, d'ailleurs, reste entièrement facultative.

Soit, pour exemple, à déterminer le volume d'un cylindre de 7 décimètres de circonférence, et de 24 décimètres de hauteur avant et après son équarrissage. L'expression du cube en fonction du quarré de la circonférence est donnée dans le premier cas par $\frac{C^2H}{4\pi} = \frac{C^2H}{12.57}$, et dans le second par $\frac{C^2H}{2\pi^2} = \frac{C^2H}{19.74}$; les nombres 12.57 et 19.74 étant alors les indicateurs par lesquels il faut diviser le produit du quarré de la circonférence par la hauteur pour arriver au cube.

La règle pose et résout l'opération ainsi qu'il suit :

$$\text{Vol. cyl.} = \frac{7^2 \times 24}{12.57} \left\{ \begin{array}{lll} \text{Lig. sup.} & & V = 93.56 \\ \text{Coul.} \ldots & 12.57 & 24 \\ \text{Lig. inf.} & 7 & \end{array} \right.$$

$$\text{Vol. cyl. éq.} = \frac{7^2 \times 24}{19.74} \left\{ \begin{array}{lll} \text{Lig. sup.} & & V = 59.57 \\ \text{Coul.} \ldots & 19.74 & 24 \\ \text{Lig. inf.} & 7 & \end{array} \right.$$

Il est peu de questions de pratique élémentaire dans lesquelles l'usage de la règle ne puisse être introduit avec quelque avantage : toutes les fois que les facteurs pourront être écrits immédiatement, la lecture du résultat sortira d'une seule opération. Ainsi, toutes les règles de commerce qui ne sont, en définitive, que des proportions, les mesures des surfaces, cubes et poids, leur transformation en unités de l'un ou l'autre système, et généralement tous les détails de calculs représentés par une expression logarithmique homogène, seront écrits et lus en quelque sorte d'un coup d'œil.

Assurément, les résultats n'ont pas toute la précision d'une opération rigoureuse, et ce serait prendre la règle sous une fausse indication que de lui croire ou demander une grande exactitude; sa spécialité n'est pas là; la règle de $0^{m}.25$ donne une approximation de $\frac{1}{100}$, celle de $0^{m}.35$ va au $\frac{1}{500}$; ce n'est pas assez, sans doute, pour un calcul écrit, mais c'est tout ce qu'il faut souvent pour un prompt aperçu, une donnée première, une solution pratique.

S'agit-il, par exemple, de déterminer rapidement l'intérêt d'un achat de rente 5 pour 100 à 80 francs? $\dfrac{\text{Lig. sup. } 5 \quad x=6.25}{\text{Coul. . . } 80 \quad 100}$; l'escompte de 72 jours, à raison de $0^{fr}.05$ pour 100 par mois? $\left\{\dfrac{\text{Lig. sup. } 0.05 \quad x=1.2}{\text{Coul. . . } 30 \quad 72}\right.$; des cubes et des surfaces? l'exemple précédent, avec usage d'un indicateur, l'a déjà montré; des réductions de mesures? l'indicateur proportionnel s'appliquera à chaque cas.

Veut-on dans les arts mécaniques mettre en relation les trois forces P, Q, R d'un levier, sur les deux branches A′, A″ de la droite inflexible A? $\left\{\dfrac{\text{Lig. sup. } A'' \quad A' \quad A}{\text{Coul. . . } P, \quad Q \quad R}\right.$; mesurer le mouvement d'un piston conduit par le bras B d'un balancier, l'extrémité de l'autre bras B parcourant l'espace L? $\begin{cases}\text{Lig. sup.} & \dfrac{x \quad B'}{L \quad B}\\ \text{Coul.} & \end{cases}$; déterminer la distance à laquelle il faut placer n dents sur une roue d'un diamètre D? $\begin{cases}\text{Lig. sup.} & \dfrac{\pi \quad x}{n \quad D}\\ \text{Coul.} & \end{cases}$, ou en renversant la coulisse, pour obtenir une table du nombre des dents correspondant directement aux espacements; $\begin{cases}\text{Lig. sup.} & \dfrac{\pi \quad x \quad x' \quad x''}{D \quad n \quad n' \quad n''}\\ \text{Coul.} & \end{cases}$.

La hauteur H d'un édifice par le temps T de la chute d'un grave parcourant l'espace $4^m.90$ dans la première seconde de sa course? $\begin{cases}\text{Lig. sup.} & T^a \quad H\\ \text{Coul.} & \overline{1 \quad 4.9}\\ \text{Lig. inf.} & \overline{T \qquad}\end{cases}$; et une foule d'autres applications plus ou moins compliquées en apparence, et en réalité, d'une prompte solution, avec l'habitude des formules théoriques.

La règle pénètre encore au besoin dans le domaine du calcul des angles et des parties du cercle.

La ligne supérieure du revers de la coulisse, *fig.* 4, représente une table logarithmique des sinus des arcs 0° à 90°, en parties d'autant plus sous-divisées qu'elles sont plus voisines de zéro, et qui correspondent chacune sur la règle au quatrième terme x de la proportion rayon : sin. $x°$ :: 100 = longueur de la règle (prise pour représenter le logarithme du rayon ou celui du sinus de 90°) : nombre de la règle logarithmique auquel correspond $x°$; de sorte qu'après avoir retourné la coulisse et mis 90° sous l'extrémité droite de la ligne supérieure de la règle, chaque division de cette dernière, considérée comme formant une table de logarithmes de 1 à 100, donne le sinus naturel de l'arc qui lui correspond, et réciproquement; par exemple :

Lig. sup.	x=1.745	2.62	5.81	11.4	42.3	100
Coul. ret. lig. sin.	1°	1°.30	3°.20	6°.33	25°	90°
Lig. sup.	1.45		4.36		34.5	100
Coul. ret. lig. sin.	x = 0°50		2°30		20°.10	90°

La ligne des logarithmes-sinus étant divisée d'ailleurs à partir du point 90° où se trouve l'extrémité brute de la règle lorsque le curseur est sous la première division de l'extrémité opposée, il suit que la coulisse étant mise dans la position ordinaire et tirée jusqu'à ce qu'un degré x du dessous apparaisse au bout de la règle, le nombre de la coulisse qui se trouve sous la division de droite extrême de la règle est le sinus de $x°$, et réciproquement, par la raison qu'ayant tiré la coulisse de 90° à $x°$ ou de la distance entre les divisions 100 et sinus $x°$, le dernier nombre naturel a été amené sous 100 de la règle.

La ligne du milieu du revers de la coulisse représente une table logarithmique des tangentes divisée comme *celle* des sinus, avec cette différence qu'elle s'arrête à 45°, arc auquel la tangente = le rayon = sin. 90°. L'usage et la transformation, dans cette limite, des tangentes sous forme logarithmique ou naturelle est le même que pour les sinus.

Au delà de 135°, l'angle est toujours facilement remplacé par son supplément moindre de 45°.

Entre 45° et 135°, on est souvent obligé de recourir à une transformation de données qui ramène l'angle au-dessous d'un demi-droit. Ainsi, par exemple, pour multiplier ou diviser un nombre par le rapport d'un angle aigu A > 45°, au rayon, on divisera ou multipliera le même nombre par le rapport de la tangente du complément au rayon $\left(\frac{\text{tang. A}}{\text{R}} = \frac{\text{R}}{\text{tang. }(90° - \text{A})}\right)$.

Pour terminer par quelques exemples de l'emploi de la règle au calcul simple des angles et à la solution des triangles :

Soit à déterminer le produit $74 \times \frac{\sin.\ 30^\circ}{R}$ et de $74 \times \sin.\ 3^\circ$.

$$\begin{array}{l|cc} \text{Lig. sup.} \dots\dots & x=37 & 74 \\ \hline \text{Coul. ret. lig. sin.} & 30^\circ & 90^\circ \end{array}, \text{ et } \begin{array}{cc} x=3.87 & 74 \\ \hline 3^\circ & 90^\circ \end{array}$$

Ou bien sans retourner la coulisse, et lisant en dessous et au bout de la règle :

$$\begin{array}{l} \text{Coul.} \dots \\ \text{Lig. sup.} \end{array} \left.\begin{array}{r} 74 \\ \hline x=37 \end{array}\right\} 30^\circ \text{ lig. sin., et } \left.\begin{array}{r} 74 \\ \hline x=3\ 87 \end{array}\right\} 3^\circ \text{ lig. sin.}$$

Le quotient $37 : \frac{\sin.\ 3^\circ}{R}$ et $37 : \sin.\ 3^\circ$ s'obtiendrait de même :

$$\begin{array}{l|cc} \text{Lig. sup.} \dots\dots & 37 & x=74 \\ \hline \text{Coul. ret. lig. sin.} & 30^\circ & 90^\circ \end{array}, \text{ et } \begin{array}{cc} 37 & x=707 \\ \hline 3^\circ & 90^\circ \end{array}$$

Ou encore :

$$\begin{array}{l} \text{Lig. sup.} \ . \\ \text{Coul.} \dots \end{array} \left.\begin{array}{r} x=74 \\ \hline 37 \end{array}\right\} 30^\circ \text{ log. sin., et } \left.\begin{array}{r} x=707 \\ \hline 37 \end{array}\right\} 3^\circ \text{ lig. sin.}$$

Dans un triangle rectangle A, B, C (angles), a, b, c (côtés), soit $a = 21$, $b = 64^\circ$, on obtient les deux autres côtés par l'opération.

$$\begin{array}{l|ccc} \text{Lig. sup.} \dots\dots & c=9.205 & c=18.875 & 21 \\ \hline \text{Coul. ret. lig. sin.} & C=26^\circ & B=64^\circ & 90^\circ \end{array}$$

Le côté b seulement étant connu $= 18.875$ et les angles comme ci-dessus :

$$\begin{array}{l|ccc} \text{Lig. sup.} \dots\dots & c=9.205 & 18.875 & a=21 \\ \hline \text{Coul. ret. lig. sin.} & 26^\circ & 64^\circ & 90^\circ \end{array}$$

Soit enfin $a = 21$, $b = 18.875$.

$$\begin{array}{l|ccc} \text{Lig. sup.} \dots\dots & c=9.205 & 18.875 & 21 \\ \hline \text{Coul. ret. lig. sin.} & C=26^\circ & B=64^\circ & 90^\circ \end{array}$$

Sans pousser plus loin ces exemples, ni vouloir leur donner plus d'utilité ni surtout de précision qu'ils n'en ont réellement, il sort suffisamment de leur ensemble, et c'est tout à la fois la conclusion et l'objet de cette note, que l'usage de la règle remplace souvent celui des logarithmes mêmes qu'elle représente par des distances linéaires, comme les tables les écrivent par des chiffres calculés, et que faisant de l'instrument, d'abord une mesure usuelle de longueurs, ensuite un moyen simple et abrégé des calculs, le plus grand nombre de ceux qui se servent, par profession, de mesures et chiffres trouveront un réel avantage à en admettre et généraliser l'emploi.

Mende, le 15 juillet 1841.